

Sommaire

I	Énoncés des exercices	1
1	Description d'une série numérique	3
1.1	Nature des variables et graphique correspondant	3
1.2	Statistiques descriptives	3
1.3	Centrage et réduction	3
1.4	Petite série d'effectifs	4
1.5	Effet du regroupement des données en classes	5
1.6	Robustesse de la médiane aux données extrêmes	5
1.7	Stabilité de la médiane pour des données quantitatives discrètes	5
1.8	Comparaison de la taille de femmes de deux générations différentes	6
2	Estimation - Intervalles de confiance	7
2.1	Population et échantillon	7
2.2	Propriétés des estimateurs de la moyenne et de la variance	7
2.3	Construction d'intervalles de confiance d'une moyenne et d'une variance	8
2.4	Construction d'un intervalle de confiance d'un total	8
2.5	Calcul de la taille d'échantillon pour une précision donnée	8
2.6	Intervalle de confiance d'une proportion	10
2.7	Intervalle de confiance et test de conformité	10
2.8	Estimation du nombre d'écrevisses dans un ruisseau	10
2.9	Taille d'échantillon et puissance de test	11
2.10	Étude de la loi de la moyenne \bar{X} à partir de simulations	11
2.11	Estimation du risque de première espèce par simulation	11
3	Comparaison de deux moyennes	13
3.1	Justice française	13
3.2	Comparaison de l'efficacité de deux traitements	13
3.3	Test de conformité d'une moyenne	13
3.4	Test d'égalité de deux moyennes	14
3.5	Test de comparaison de moyennes	14

3.6 : Test d'égalité de moyennes dans deux sous-populations : comparaison des poids de poulpes mâles et femelles	15
3.7 : Comparaison de deux chocolats noirs	16
3.8 : Intervalles de confiance et différence significative	17
3.9 : Garantir une teneur en matière grasse minimum	17
3.10 : Puissance d'un test en contrôle de qualité	18
3.11 : Contrôle par échantillonnage	19
3.12 : Test de dégustation triangulaire	20
3.13 : Test de comparaison de moyennes (simulations sur ordinateur)	22
4 Comparaison de deux variances	23
4.1 : Comparaison de variances	23
4.2 : Test de conformité d'une variance	23
4.3 : Comparaison de la reproductibilité des juges de deux jurys	24
4.4 : Test de comparaison de variances (simulations sur ordinateur)	25
4.5 : Puissance des tests de comparaison de variances	25
5 Analyse de variance à un facteur	27
5.1 : Tableau d'analyse de la variance - rapport de corrélation	27
5.2 : Test de dégustation de bières	27
5.3 : Étude de transports routiers longues durées de veaux	29
5.4 : Puissance d'un test de comparaison de deux populations	30
5.5 : De l'analyse de la variance à la comparaison multiple de moyennes	32
6 Analyse de variance à deux facteurs	35
6.1 : Comparaison de l'acidité de trois cafés	35
6.2 : Préférence sur six compotes	36
6.3 : Évolution de la viscosité de crème liquide dans le temps	37
6.4 : Évaluation d'un nouveau traitement pour la trisomie	39
6.5 : Prise en compte de l'effet bloc	40
7 Tests fondés sur le χ^2	43
7.1 : Préférences entre cinq chocolats noirs	43
7.2 : Les bretons et le beurre salé	43
7.3 : Essai gras coloré chez les agneaux	44
7.4 : Répartition des naissances sur l'année	44
7.5 : Effet de l'environnement familial sur le choix de fumer	45
7.6 : Liaison et causalité	45
7.7 : Test d'ajustement à une loi de Poisson	46
7.8 : Analyse de données textuelles	47
7.9 : Test de l'hypothèse de normalité sur les résidus d'un modèle d'analyse de variance	48
7.10 : Test de symétrie d'une distribution	48
7.11 : Construction d'un test de symétrie	49

7.12 : Évaluation d'un générateur de nombre au hasard	50
8 Liaisons entre deux variables quantitatives	51
8.1 : Intervalle de confiance d'un coefficient de corrélation	51
8.2 : Comparaison de coefficients de corrélations	51
8.3 : Stabilité du coefficient de corrélation et coefficient de corrélation de Spearman	52
8.4 : Effet de l'âge sur le temps libre	53
9 Régression simple	55
9.1 : Quelques calculs sur les estimateurs	55
9.2 : Nombre de lettres et poids de courrier	55
9.3 : Prix d'un appartement en fonction de sa superficie	55
9.4 : Thermodynamique - équation des gaz parfaits	57
9.5 : Mise en culture de bactéries	58
9.6 : Prédiction du poids éviscéré d'un poulpe	59
9.7 : Calcul de la résistance d'une diode	60
9.8 : Étalonnage d'un appareil de mesures de la quantité d'ADN	61
9.9 : Effet du sexe sur le lien entre l'appréciation d'un jus d'orange et la perception de sa saveur sucrée	62
9.10 : Modélisation du dépôt de protéines	63
9.11 : Influence du sexe sur la relation entre le poids éviscéré et le poids non éviscéré de poulpes	65
10 Régression multiple	67
10.1 : Lien entre la taille d'une fille et la taille de ses parents	67
10.2 : Appréciation de cocktails de jus de fruits en fonction de leurs saveurs fondamentales et de leur caractère pulpeux	69
10.3 : Questions de cours	70
10.4 : De la régression simple à la régression multiple	71
10.5 : Régression - Intérêt de prédicteurs non corrélés	71
10.6 : Sélection de variables dans un modèle de régression	73
10.7 : Prédiction de l'appréciation d'un jambon à partir de sa description sensorielle	74
10.8 : Prédiction du maximum d'ozone à Rennes	77
10.9 : Mesure de l'acidité totale de cocktails de fruits	79
10.10 : Recherche d'un optimum	81
10.11 : Théorème de Huygens reliant les forces de frottement à la vitesse	82
10.12 : Détection d'effet quadratique	83
11 Analyse de variance à deux facteurs avec répétitions	87
11.1 : Analyse de la variance à deux facteurs	87
11.2 : Comparaison de l'appréciation de huit eaux gazeuses	87
11.3 : Appréciation de six chocolats noirs	88

11.4 : Comparaison de trois variétés de blé en fonction de deux doses d'azote	89
11.5 : Évaluation sensorielle de vingt cidres expérimentaux	91
11.6 : Analyse sensorielle de trois chocolats - données déséquilibrées . .	93
11.7 : Analyse de variance à trois facteurs	94
11.8 : Analyse sensorielle de six chocolats noirs	95
11.9 : Prise de poids chez les souris	96
11.10 : Introduction à l'analyse de covariance	97
11.11 : Les préférences de biscuits sont-elles les mêmes d'un pays à l'autre ?	97
11.12 : Introduction à l'analyse de variance hiérarchique : application aux biscuits	99
11.13 : Introduction à l'analyse de variance hiérarchique : application aux eaux pétillantes	100
12 Analyse d'un plan complet avec facteurs ayant deux modalités	101
12.1 : Introduction à la planification expérimentale	101
12.2 : Construction d'un plan complet 2^3	101
12.3 : Dépouillement d'un plan d'expériences pour 2 facteurs	102
13 Introduction à la pratique des plans fractionnaires	105
13.1 : Confusions dans un plan d'expériences 2^{3-1}	105
13.2 : Dépouillement d'un plan d'expériences 2^{3-1}	105
13.3 : Comparaison de 2 plans d'expériences	106
13.4 : Construction d'un plan d'expériences pour 4 facteurs	106
13.5 : Dépouillement d'un plan d'expériences pour 4 facteurs	107
13.6 : Dépouillement manuel d'un plan 2^{4-1}	108
13.7 : Construction d'un plan 2^{5-2}	108
13.8 : Dépouillement manuel d'un plan 2^{5-2}	108
13.9 : Plan 2^{6-2}	109
13.10 : Construction d'un plan 2^{7-3}	110
13.11 : Choix entre deux plans	110
13.12 : Optimisation de la précipitation de la pectine	111
13.13 : La casse des galettes	112
13.14 : Construction d'un plan 2^{8-4}	112
13.15 : Répartition des expériences sur 2 équipes de travail	113
13.16 : Quatre facteurs influant sur la croissance de deux souches bactériennes	113
13.17 : Plan $L_8 2^3 4$ et $L_8 2^4 4$	113
13.18 : Deux plans $2^3 4$ en concurrence	114
13.19 : Dépouillement d'un carré latin pour trois facteurs ayant chacun trois modalités	114
13.20 : Construction d'un carré latin pour trois facteurs à cinq modalités	115
13.21 : Un carré latin avec trois facteurs à trois modalités	116

14 Plans pour facteurs quantitatifs	117
14.1 : Plan pour deux facteurs quantitatifs : un process de déshydratation de pommes de terre	117
14.2 : Détermination d'un optimum : la réaction de Maillard	118
14.3 : Erreur pure et erreur d'ajustement	120
14.4 : Plan de Doehlert pour deux facteurs : une bonne galette bretonne	120
14.5 : Plan de Doehlert pour trois facteurs : fabrication de pâte à brioche	122
14.6 : Évaluation simultanée de l'amertume et de l'astringence	125
14.7 : Opportunité d'un plan pour une recette au crabe	127
14.8 : Plan pour cinq facteurs quantitatifs : texture de yaourts à boire .	128
14.9 : Viscosité chez les crèmes	130
14.10 : Analyse par ACP de plusieurs variables réponses	132
15 Analyse en Composantes Principales (ACP)	135
15.1 : Vrai ou faux ?	135
15.2 : Description des graphes de l'ACP	135
15.3 : Lecture des graphes de l'ACP	136
15.4 : Profils pluviométriques de 34 villes françaises	136
15.5 : Évaluation sensorielle de 8 eaux minérales gazeuses	140
15.6 : Analyse nutritionnelle de 25 fromages	142
15.7 : Analyse des performances au décathlon	146
15.8 : Notes de 909 élèves de terminale scientifique	157
15.9 : Inflation et chômage	162
II Corrections des exercices	167
1 Description d'une série numérique	169
1.1 : Nature des variables et graphique correspondant	169
1.2 : Statistiques descriptives	169
1.3 : Centrage et réduction	170
1.4 : Petite série d'effectifs	171
1.5 : Effet du regroupement des données en classes	171
1.6 : Robustesse de la médiane aux données extrêmes	172
1.7 : Stabilité de la médiane pour des données quantitatives discrètes . .	172
1.8 : Comparaison de la taille de femmes de deux générations différentes	173
2 Estimation - Intervalles de confiance	175
2.1 : Population et échantillon	175
2.2 : Propriétés des estimateurs de la moyenne et de la variance	175
2.3 : Construction d'intervalles de confiance d'une moyenne et d'une variance	176
2.4 : Construction d'un intervalle de confiance d'un total	178
2.5 : Calcul de la taille d'échantillon pour une précision donnée	179

2.6 : Intervalle de confiance d'une proportion	179
2.7 : Intervalle de confiance et test de conformité	180
2.8 : Estimation du nombre d'écrevisses dans un ruisseau	181
2.9 : Taille d'échantillon et puissance de test	181
2.10 : Étude de la loi de la moyenne \bar{X} à partir de simulations	183
2.11 : Estimation du risque de première espèce par simulation	183
3 Comparaison de deux moyennes	187
3.1 : Justice française	187
3.2 : Comparaison de l'efficacité de deux traitements	187
3.3 : Test de conformité d'une moyenne	188
3.4 : Test d'égalité de deux moyennes	189
3.5 : Test de comparaison de moyennes	190
3.6 : Test d'égalité de moyennes dans deux sous-populations : comparai- son des poids de poulpes mâles et femelles	191
3.7 : Comparaison de deux chocolats noirs	193
3.8 : Intervalles de confiance et différence significative	194
3.9 : Garantir une teneur en matière grasse minimum	196
3.10 : Puissance d'un test en contrôle de qualité	196
3.11 : Contrôle par échantillonnage	198
3.12 : Test de dégustation triangulaire	200
3.13 : Test de comparaison de moyennes (simulations sur ordinateur) . .	201
4 Comparaison de deux variances	203
4.1 : Comparaison de variances	203
4.2 : Test de conformité d'une variance	204
4.3 : Comparaison de la reproductibilité des juges de deux jurys	205
4.4 : Test de comparaison de variances (simulations sur ordinateur) . . .	206
4.5 : Puissance des tests de comparaison de variances	207
5 Analyse de variance à un facteur	209
5.1 : Tableau d'analyse de la variance - rapport de corrélation	209
5.2 : Test de dégustation de bières	210
5.3 : Étude de transports routiers longues durées de veaux	210
5.4 : Puissance d'un test de comparaison de deux populations	211
5.5 : De l'analyse de variance à la comparaison multiple de moyennes . .	213
6 Analyse de variance à deux facteurs	217
6.1 : Comparaison de l'acidité de trois cafés	217
6.2 : Préférence sur six compotes	218
6.3 : Évolution de la viscosité de crème liquide dans le temps	219
6.4 : Évaluation d'un nouveau traitement pour la trisomie	220
6.5 : Prise en compte de l'effet bloc	221

7 Tests fondés sur le χ^2	223
7.1 : Préférences entre cinq chocolats noirs	223
7.2 : Les bretons et le beurre salé	224
7.3 : Essai gras coloré chez les agneaux	225
7.4 : Répartition des naissances sur l'année	226
7.5 : Effet de l'environnement familial sur le choix de fumer	226
7.6 : Liaison et causalité	228
7.7 : Test d'ajustement à une loi de Poisson	230
7.8 : Analyse de données textuelles	231
7.9 : Test de l'hypothèse de normalité sur les résidus d'un modèle d'analyse de variance	233
7.10 : Test de symétrie d'une distribution	233
7.11 : Construction d'un test de symétrie	234
7.12 : Évaluation d'un générateur de nombre au hasard	235
8 Liaisons entre deux variables quantitatives	237
8.1 : Intervalle de confiance d'un coefficient de corrélation	237
8.2 : Comparaison de coefficients de corrélations	238
8.3 : Stabilité du coefficient de corrélation et coefficient de corrélation de Spearman	239
8.4 : Effet de l'âge sur le temps libre	239
9 Régression simple	241
9.1 : Quelques calculs sur les estimateurs	241
9.2 : Nombre de lettres et poids de courrier	241
9.3 : Prix d'un appartement en fonction de sa superficie	242
9.4 : Thermodynamique - équation des gaz parfaits	244
9.5 : Mise en culture de bactéries	245
9.6 : Prédiction du poids éviscéré d'un poulpe	245
9.7 : Calcul de la résistance d'une diode	248
9.8 : Étalonnage d'un appareil de mesures de la quantité d'ADN	249
9.9 : Effet du sexe sur le lien entre l'appréciation d'un jus d'orange et la perception de sa saveur sucrée	251
9.10 : Modélisation du dépôt de protéines	253
9.11 : Influence du sexe sur la relation entre le poids éviscéré et le poids non éviscéré de poulpes	255
10 Régression multiple	257
10.1 : Lien entre la taille d'une fille et la taille de ses parents	257
10.2 : Appréciation de cocktails de jus de fruits en fonction de leurs saveurs fondamentales et de leur caractère pulpeux	258
10.3 : Questions de cours	260
10.4 : De la régression simple à la régression multiple	260
10.5 : Régression - Intérêt de prédicteurs non corrélés	261

10.6 : Sélection de variables dans un modèle de régression	261
10.7 : Prédiction de l'appréciation d'un jambon à partir de sa description sensorielle	262
10.8 : Prédiction du maximum d'ozone à Rennes	263
10.9 : Mesure de l'acidité totale de cocktails de fruits	265
10.10 : Recherche d'un optimum	267
10.11 : Théorème de Huygens reliant les forces de frottement à la vitesse	268
10.12 : Détection d'effet quadratique	268
11 Analyse de variance à deux facteurs avec répétitions	271
11.1 : Analyse de la variance à deux facteurs	271
11.2 : Comparaison de l'appréciation de huit eaux gazeuses	272
11.3 : Appréciation de six chocolats noirs	272
11.4 : Comparaison de trois variétés de blé en fonction de deux doses d'azote	273
11.5 : Évaluation sensorielle de vingt cidres expérimentaux	275
11.6 : Analyse sensorielle de trois chocolats - données déséquilibrées . .	276
11.7 : Analyse de variance à trois facteurs	277
11.8 : Analyse sensorielle de six chocolats noirs	279
11.9 : Prise de poids chez les souris	280
11.10 : Introduction à l'analyse de covariance	281
11.11 : Les préférences de biscuits sont-elles les mêmes d'un pays à l'autre ?	283
11.12 : Introduction à l'analyse de variance hiérarchique : application aux biscuits	284
11.13 : Introduction à l'analyse de variance hiérarchique : application aux eaux pétillantes	285
12 Analyse d'un plan complet avec facteurs ayant deux modalités	287
12.1 : Introduction à la planification expérimentale	287
12.2 : Construction d'un plan complet 2^3	288
12.3 : Dépouillement d'un plan d'expériences pour 2 facteurs	291
13 Introduction à la pratique des plans fractionnaires	293
13.1 : Confusions dans un plan d'expériences 2^{3-1}	293
13.2 : Dépouillement d'un plan d'expériences 2^{3-1}	293
13.3 : Comparaison de 2 plans d'expériences	294
13.4 : Construction d'un plan d'expériences pour 4 facteurs	295
13.5 : Dépouillement d'un plan d'expériences pour 4 facteurs	297
13.6 : Dépouillement manuel d'un plan 2^{4-1}	298
13.7 : Construction d'un plan 2^{5-2}	298
13.8 : Dépouillement manuel d'un plan 2^{5-2}	299
13.9 : Plan 2^{6-2}	301
13.10 : Construction d'un plan 2^{7-3}	302
13.11 : Choix entre deux plans	303

13.12 : Optimisation de la précipitation de la pectine	303
13.13 : La casse des galettes	305
13.14 : Construction d'un plan 2^{8-4}	306
13.15 : Répartition des expériences sur 2 équipes de travail	306
13.16 : Quatre facteurs influant sur la croissance de deux souches bactériennes	307
13.17 : Plan L_82^{34} et L_82^{44}	308
13.18 : Deux plans 2^{34} en concurrence	310
13.19 : Dépouillement d'un carré latin pour trois facteurs ayant chacun trois modalités	310
13.20 : Construction d'un carré latin pour trois facteurs à cinq modalités	312
13.21 : Un carré latin avec trois facteurs à trois modalités	314
14 Plans pour facteurs quantitatifs	317
14.1 : Plan pour deux facteurs quantitatifs : un process de déshydratation de pommes de terre	317
14.2 : Détermination d'un optimum : la réaction de Maillard	318
14.3 : Erreur pure et erreur d'ajustement	319
14.4 : Plan de Doehlert pour deux facteurs : une bonne galette bretonne	321
14.5 : Plan de Doehlert pour trois facteurs : fabrication de pâte à brioche	322
14.6 : Évaluation simultanée de l'amertume et de l'astringence	324
14.7 : Opportunité d'un plan pour une recette au crabe	325
14.8 : Plan pour cinq facteurs quantitatifs : texture de yaourts à boire	326
14.9 : Viscosité chez les crèmes	328
14.10 : Analyse par ACP de plusieurs variables réponses	329
15 Analyse en Composantes Principales (ACP)	331
15.1 : Vrai ou faux ?	331
15.2 : Description des graphes de l'ACP	331
15.3 : Lecture des graphes de l'ACP	332
15.4 : Profils pluviométriques de 34 villes françaises	333
15.5 : Évaluation sensorielle de 8 eaux minérales gazeuses	338
15.6 : Analyse nutritionnelle de 25 fromages	340
15.7 : Analyse des performances au décathlon	341
15.8 : Notes de 909 élèves de terminale scientifique	344
15.9 : Inflation et chômage	348
III Annexes	353
A Tables	355
B Notations	363